ДЗ\_3.ipynb\_

Файл

Изменить

Вид

Вставка

Среда выполнения

Инструменты

Справка

Изменения сохранены

КомментироватьПоделиться

[](https://accounts.google.com/SignOutOptions?hl=ru&continue=https://colab.research.google.com/drive/1ASLWcML2wjDm3k5bUY_BtNU2I4tE_aTF)

КодТекст

ОЗУ

Диск

Редактирование

**ДЗ к уроку 3**

**Задание 1.**

Даны значения зарплат из выборки выпускников: 100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150. Посчитать (желательно без использования статистических методов наподобие std, var, mean) среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение, смещенную и несмещенную оценки дисперсий для данной выборки.

**Решение.**

Среднее арифметическое: X = (Σ(i = 1, n) xi) / n = (100 + 80 + 75 + 77 + 89 + 33 + 45 + 25 + 65 + 17 + 30 + 24 + 57 + 55 + 70 + 75 + 65 + 84 + 90 + 150) / 20 = 1306 / 20 = 65.3

Смещенная оценка дисперсии: D(X) = σ\*\*2 = Σ(i = 1, n) (xi - X)\*\*2 / n = ((100 – 65.3)\*\*2 + (80 – 65.3)\*\*2 + (75 – 65.3)\*\*2 + (77 – 65.3)\*\*2 + (89 – 65.3)\*\*2 + (33 – 65.3)\*\*2 + (45 – 65.3)\*\*2 + (25 – 65.3)\*\*2 + (65 – 65.3)\*\*2 + (17 – 65.3)\*\*2 + (30 – 65.3)\*\*2 + (24 – 65.3)\*\*2 + (57 – 65.3)\*\*2 + (55 – 65.3)\*\*2 + (70 – 65.3)\*\*2 + (75 – 65.3)\*\*2 + (65 – 65.3)\*\*2 + (84 – 65.3)\*\*2 + (90 – 65.3)\*\*2 + (150 – 65.3)\*\*2) / 20 = 950.11 / 20 = 950.11

Среднеквадратическое отклонение генеральной совокупности: σ = (950.11)\*\*1/2 = 30.8239

Несмещенная оценка дисперсии: S2 = Σ(I = 1, n) (xi - X)\*\*2 / (n – 1) = ((100 – 65.3)\*\*2 + (80 – 65.3)\*\*2 + (75 – 65.3)\*\*2 + (77 – 65.3)\*\*2 + (89 – 65.3)\*\*2 + (33 – 65.3)\*\*2 + (45 – 65.3)\*\*2 + (25 – 65.3)\*\*2 + (65 – 65.3)\*\*2 + (17 – 65.3)\*\*2 + (30 – 65.3)\*\*2 + (24 – 65.3)\*\*2 + (57 – 65.3)\*\*2 + (55 – 65.3)\*\*2 + (70 – 65.3)\*\*2 + (75 – 65.3)\*\*2 + (65 – 65.3)\*\*2 + (84 – 65.3)\*\*2 + (90 – 65.3)\*\*2 + (150 – 65.3)\*\*2) / (20 – 1) = 950.11 / (20 – 1) = 1000.116

Среднеквадратическое отклонение выборки: S = (1000.116)\*\*1/2 = 31.6246

[ ]

import numpy as np

import pandas as pd

import matplotlib.pyplot as plt

df = pd.read\_csv('https://raw.githubusercontent.com/EremenkoDV/ML/master/numbers.csv', encoding='cp1251', sep=';')

#print(df.columns.tolist())

# Среднее арифметическое

numbers\_mean = df['number'].sum() / df['number'].count()

# Смещенная оценка дисперсии

numbers\_var\_ddof\_0 = ((df['number'] - df['number'].mean())\*\*2).sum() / df['number'].count()

# Среднеквадратическое отклонение генеральной совокупности

numbers\_std\_ddof\_0 = np.sqrt(((df['number'] - df['number'].mean())\*\*2).sum() / df['number'].count())

# Несмещенная оценка дисперсии

numbers\_var\_ddof\_1 = ((df['number'] - df['number'].mean())\*\*2).sum() / (df['number'].count() - 1)

# Среднеквадратическое отклонение выборки

numbers\_std\_ddof\_1 = np.sqrt(((df['number'] - df['number'].mean())\*\*2).sum() / (df['number'].count() - 1))

print('Среднее арифметическое:\t\t\t\t\t\t', numbers\_mean)

print('Смещенная оценка дисперсии:\t\t\t\t\t', numbers\_var\_ddof\_0)

print('Среднеквадратическое отклонение генеральной совокупности:\t', numbers\_std\_ddof\_0)

print('Несмещенная оценка дисперсии:\t\t\t\t\t', numbers\_var\_ddof\_1)

print('Среднеквадратическое отклонение выборки:\t\t\t', numbers\_std\_ddof\_1)





**Задание 2.**

В первом ящике находится 8 мячей, из которых 5 - белые. Во втором ящике - 12 мячей, из которых 5 белых. Из первого ящика вытаскивают случайным образом два мяча, из второго - 4. Какова вероятность того, что 3 мяча белые?

**Решение.**

**Комбинаторика.**

**Случай 1.** 2 б.м. из 1-го ящика и 1 б.м. из 2-го ящика:

C(2,5) = 5! / (2! \* 3!) = 10;

C(2,8) = 8! / (2! \* 6!) = 28;

C(3,7) = 7! / (3! \* 4!) = 35;

C(1,5) = 5! / 4! = 5;

C(4,12) = 12! / (4! \* 8!) = 495

P1 = [C(2,5) / C(2,8)] \* [C(3,7) \* C(1,5) / C(4,12)] = [10 / 28] \* [35 \* 5 / 495] = 0.35714 \* 0.(35) = 0.1(26)

**Случай 2.** 3 б.м. из 2-го ящика:

C(2,3) = 3! / 2! = 3;

C(3,5) = 5! / (3! \* 2!) = 10;

C(1,7) = 5! / 4! = 7;

P2 = [C(2,3) / C(2,8)] \* [C(3,5) \* C(1,7) / C(4,12)] = [3 / 28] \* [10 \* 7 / 495] = 0.10714 \* 0.(14) = 0.0(15)

**Случай 3.** 1 б.м. из 1-го ящика и 2 б.м. из 2-го ящика:

C(1,3) = 3! / 1! = 3;

C(2,7) = 7! / (2! \* 5!) = 21;

P3 = [C(1,5) \* С(1,3) / C(2,8)] \* [C(2,5) \* C(2,7) / C(4,12)] = [5 \* 3 / 28] \* [10 \* 21 / 495] = 0.535714 \* 0.(42) = 0.2(27)

P = P1 + P2 + P3 = 0.1(26) + 0.0(15) + 0.2(27) = 0.3(68)

[ ]

from math import factorial

def combinations(k, n):

    return int(factorial(n) / (factorial(k) \* factorial(n - k)))





[ ]

p1 = (combinations(2, 5) / combinations(2, 8)) \* (combinations(3, 7) \* combinations(1, 5) / combinations(4, 12))

p1





[ ]

p2 = (combinations(2, 3) / combinations(2, 8)) \* (combinations(3, 5) \* combinations(1, 7) / combinations(4, 12))

p2





[ ]

p3 = (combinations(1, 5) \* combinations(1, 3) / combinations(2, 8)) \* (combinations(2, 5) \* combinations(2, 7) / combinations(4, 12))

p3





[ ]

p = p1 + p2 + p3

p





**Условная вероятность.**

**Случай 1.** 2 б.м. из 1-го ящика и 1 б.м. из 2-го ящика (4 случая вытаскивания б.м. из 2-го ящика или 1-м, или 2-м, или 3-м, или 4-м):

P1 = [(5 / 8) \* (4 / 7)] \*  
[((5 / 12) \* (7 / 11) \* (6 / 10) \* (5 / 9)) +  
((7 / 12) \* (5 / 11) \* (6 / 10) \* (5 / 9)) +  
((7 / 12) \* (6 / 11) \* (5 / 10) \* (5 / 9)) +  
((7 / 12) \* (6 / 11) \* (5 / 10) \* (5 / 9))] = 0.1(26)

**Случай 2.** 3 б.м. из 2-го ящика (4 случая вытаскивания 3-х б.м. из 2-го ящика или 1-м, 2-м и 3-м, или 1-м, 2-м и 4-м, или 1-м, 3-м и 4-м, или 2-м, 3м и 4-м):

P2 = [(3 / 8) \* (2 / 7)] \*  
[ ((5 / 12) \* (4 / 11) \* (3 / 10) \* (7 / 9)) +  
((5 / 12) \* (4 / 11) \* (7 / 10) \* (3 / 9)) +  
((5 / 12) \* (7 / 11) \* (4 / 10) \* (3 / 9)) +  
((7 / 12) \* (5 / 11) \* (4 / 10) \* (3 / 9)) ] = 0.0(15)

**Случай 3.** 1 б.м. из 1-го ящика (2 случая вытаскивания б.м. из 1-го ящика в порядке или 1-м, или 2-м) и 2 б.м. из 2-го ящика (6 случаев вытаскивания 2-х б.м. из 2-го ящика в порядке или 1-м и 2-м, или 1-м и 3-м, или 1-м и 4-м, или 2-м и 3-м, или 2-м и 4-м, или 3-м и 4-м):

P3 = [ ((5 / 8) \* (3 / 7)) +  
((3 / 8) \* (5 / 7)) ] \*  
[ ((5 / 12) \* (4 / 11) \* (7 / 10) \* (6 / 9)) +  
((5 / 12) \* (7 / 11) \* (4 / 10) \* (6 / 9)) +  
((5 / 12) \* (7 / 11) \* (6 / 10) \* (4 / 9)) +  
((7 / 12) \* (5 / 11) \* (4 / 10) \* (6 / 9)) +  
((7 / 12) \* (5 / 11) \* (6 / 10) \* (4 / 9)) +  
((7 / 12) \* (6 / 11) \* (5 / 10) \* (4 / 9)) ] = 0.2(27)

P = P1 + P2 + P3 = 0.1(26) + 0.0(15) + 0.2(27) = 0.3(68)

[ ]

p1 = ((5 / 8) \* (4 / 7)) \* \

    (

        ((5 / 12) \* (7 / 11) \* (6 / 10) \* (5 / 9)) + \

        ((7 / 12) \* (5 / 11) \* (6 / 10) \* (5 / 9)) + \

        ((7 / 12) \* (6 / 11) \* (5 / 10) \* (5 / 9)) + \

        ((7 / 12) \* (6 / 11) \* (5 / 10) \* (5 / 9))

    )

p1





[ ]

p2 = ((3 / 8) \* (2 / 7)) \* \

    (

        ((5 / 12) \* (4 / 11) \* (3 / 10) \* (7 / 9)) + \

        ((5 / 12) \* (4 / 11) \* (7 / 10) \* (3 / 9)) + \

        ((5 / 12) \* (7 / 11) \* (4 / 10) \* (3 / 9)) + \

        ((7 / 12) \* (5 / 11) \* (4 / 10) \* (3 / 9))

    )

p2





[ ]

p3 = (

        ((5 / 8) \* (3 / 7)) + \

        ((3 / 8) \* (5 / 7))

    ) \* \

    (

        ((5 / 12) \* (4 / 11) \* (7 / 10) \* (6 / 9)) + \

        ((5 / 12) \* (7 / 11) \* (4 / 10) \* (6 / 9)) + \

        ((5 / 12) \* (7 / 11) \* (6 / 10) \* (4 / 9)) + \

        ((7 / 12) \* (5 / 11) \* (4 / 10) \* (6 / 9)) + \

        ((7 / 12) \* (5 / 11) \* (6 / 10) \* (4 / 9)) + \

        ((7 / 12) \* (6 / 11) \* (5 / 10) \* (4 / 9))

    )

p3



[ ]

p = p1 + p2 + p3

p



**Задание 3.**

На соревновании по биатлону один из трех спортсменов стреляет и попадает в мишень. Вероятность попадания для первого спортсмена равна 0.9, для второго — 0.8, для третьего — 0.6. Найти вероятность того, что выстрел произведен: a). первым спортсменом б). вторым спортсменом в). третьим спортсменом.

**Решение.**

Событие A — попадение в мишень.

Вероятность попадания в мишень каждым спортсменом равновероятны,т.е.  
P(B1) = P(B2) = P(B3) = 1 / 3

P(A|B1) = 0.9; P(A|B2) = 0.8; P(A|B3) = 0.6;

Находим полную вероятность поражения мишени:

P(A) = P(B1) \* P(A|B1) + P(B2) \* P(A|B2) + P(B3) \* P(A|B3) = 1 / 3 \* 9 / 10 + 1 / 3 \* 8 / 10 + 1 / 3 \* 6 / 10 = 0.7(6)

Используем формулу Байеса. P(Bn|A) = P(Bn) \* P(A|Bn) / P(A)

1. Вероятность попадания по мишени 1-м спортсменом:

P(B1|A) = P(B1) \* P(A|B1) / P(A) = 0.3 \* 0.9 / 0.7(6) = 0.3913

1. Вероятность попадания по мишени 2-м спортсменом:

P(B2|A) = P(B2) \* P(A|B2) / P(A) = 0.3 \* 0.8 / 0.7(6) = 0.3478

1. Вероятность попадания по мишени 3-м спортсменом:

P(B3|A) = P(B3) \* P(A|B3) / P(A) = 0.3 \* 0.6 / 0.7(6) = 0.2608

[ ]

pa =  1 / 3 \* 9 / 10 + 1 / 3 \* 8 / 10 + 1 / 3 \* 6 / 10

pa



КодТекст

[ ]

p1 =  1 / 3 \* 0.9 / pa

p1



[ ]

p2 =  1 / 3 \* 0.8 / pa

p2



[ ]

p3 =  1 / 3 \* 0.6 / pa

p3



[ ]

# проверка

p = p1 + p2 + p3

p



**Задание 4.**

В университет на факультеты A и B поступило равное количество студентов, а на факультет C студентов поступило столько же, сколько на A и B вместе. Вероятность того, что студент факультета A сдаст первую сессию, равна 0.8. Для студента факультета B эта вероятность равна 0.7, а для студента факультета C - 0.9. Студент сдал первую сессию. Какова вероятность, что он учится: a). на факультете A б). на факультете B в). на факультете C?

**Решение.**

O - событие сдачи сессии.

На факультет A поступило 1 / 4 от всех студентов.  
На факультет B поступило 1 / 4 от всех студентов.  
На факультет C поступило 1 / 2 от всех студентов.

В соответствии с количеством студентов вероятность сдачи сессии студентом факультетов разная: P(A) = P(B) = 1 / 4; P(C) = 1 / 2

P(O|A) = 0.8; P(O|B) = 0.7; P(O|C) = 0.9;

Находим полною вероятность сдачи сессии:

P(O) = P(A) \* P(O|A) + P(B) \* P(O|B) + P(C) \* P(O|C) = 1 / 4 \* 8 / 10 + 1 / 4 \* 7 / 10 + 1 / 2 \* 9 / 10 = 0.825

Используем формулу Байеса. P(F|O) = P(F) \* P(O|F) / P(O)

1. Вероятность того, что сдавший сессию студент c факультета A:

P(A|O) = P(A) \* P(O|A) / P(O) = 1 / 4 \* 0.8 / 0.825 = 0.(24)

1. Вероятность того, что сдавший сессию студент c факультета B:

P(B|O) = P(B) \* P(O|B) / P(O) = 1 / 4 \* 0.7 / 0.825 = 0.(21)

1. Вероятность того, что сдавший сессию студент c факультета C:

P(C|O) = P(C) \* P(O|C) / P(O) = 1 / 2 \* 0.9 / 0.825 = 0.(54)

[ ]

po =  1 / 4 \* 8 / 10 + 1 / 4 \* 7 / 10 + 1 / 2 \* 9 / 10

po



[ ]

pa =  1 / 4 \* 0.8 / po

pa



[ ]

pb =  1 / 4 \* 0.7 / po

pb



[ ]

pc =  1 / 2 \* 0.9 / po

pc



[ ]

# проверка

p = pa + pb + pc

p



**Задание 5.**

Устройство состоит из трех деталей. Для первой детали вероятность выйти из строя в первый месяц равна 0.1, для второй - 0.2, для третьей - 0.25. Какова вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя: а). все детали б). только две детали в). хотя бы одна деталь г). от одной до двух деталей?

**Решение.**

A - событие выхода из строя детали.

Вероятности выхода из строя деталей: P1(A) = p1 = 0.1; P2(A) = p2 = 0.2; P3(A) = p3 = 0.25;

Вероятности работоспособности деталей: q1 = 1 - p1 = 0.9; q2 = 1 - p2 = 0.8; q3 = 1 - p3 = 0.75;

**a) выйдут из строя все детали:**  
P(A) = P1(A) \* P2(A) \* P3(A) = p1 \* p2 \* p3 = 0.1 \* 0.2 \* 0.25 = 0.005

**б) выйдут из строя только 2 детали:**  
P(A)2 = (P1(A) \* P2(A) \* P3(Ᾱ)) + (P1(A) \* P2(Ᾱ) \* P3(A)) + (P1(Ᾱ) \* P2(A) \* P3(A)) = (p1 \* p2 \* q3) + (p1 \* q2 \* p3) + (q1 \* p2 \* p3) = (0.1 \* 0.2 \* 0.75) + (0.1 \* 0.8 \* 0.25) + (0.9 \* 0.2 \* 0.25) = 0.015 + 0.02 + 0.045 = 0.08

**в) выйдет из строя хотя бы 1 деталь:**  
Решение от противного: вероятность, что не выйдет из строя ни одна из деталей:  
P(Ᾱ) = P1(Ᾱ) \* P2(Ᾱ) \* P3(Ᾱ) = q1 \* q2 \* q3 = 0.9 \* 0.8 \* 0.75 = 0.54

P(A) = 1 - P(Ᾱ) = 1 - 0.54 = 0.46

**г) выйдут из строя от 1 до 2 деталей:**  
Вероятность, что выйдет из строя 2 деталь (б): P(A)2 = 0.08  
Вероятность, что выйдет из строя 1 деталь:  
P(A)1 = (P1(A) \* P2(Ᾱ) \* P3(Ᾱ)) + (P1(Ᾱ) \* P2(A) \* P3(Ᾱ)) + (P1(Ᾱ) \* P2(Ᾱ) \* P3(A)) = (p1 \* q2 \* q3) + (q1 \* p2 \* q3) + (q1 \* q2 \* p3) = (0.1 \* 0.8 \* 0.75) + (0.9 \* 0.2 \* 0.75) + (0.9 \* 0.8 \* 0.25) = 0.006 + 0.135 + 0.18 = 0.375

P(A) = P(A)1 + P(A)2 = 0.375 + 0.08 = 0.455

[17]

p = [1, 0.1, 0.2, 0.25]

for pi in p:

    q.append(p[0] - pi)

q = []

q[0], q[1], q[2], q[3]



[18]

# а) выйдут из строя все детали:

pa = p[1] \* p[2] \* p[3]

pa



[19]

# б) выйдут из строя только 2 детали:

pb = (p[1] \* p[2] \* q[3]) + (p[1] \* q[2] \* p[3]) + (q[1] \* p[2] \* p[3])

pb



[20]

# в) выйдет из строя хотя бы 1 деталь:

pc = 1 - q[1] \* q[2] \* q[3]

pc



# г) выйдут из строя от 1 до 2 деталей:

pd = (p[1] \* q[2] \* q[3]) + (q[1] \* p[2] \* q[3]) + (q[1] \* q[2] \* p[3])

pd = pd + pb

pd



Сохранено